

Lineare Stabilitätsanalyse für Bends und Overbends auf der Bluesharp

Alfred Förtsch

Alzenau, E-Mail: bluesharp-foe@t-online.de

Einleitung

Die Bluesharp ist eine diatonische Mundharmonika. In jedem Kanal befindet sich eine Blas- und eine Ziehzungge, die jeweils an einem Ende an eine Stimmlatte genietet sind. Das andere Ende kann frei durch eine Öffnung in der Stimmlatte schwingen. Bei entspanntem Vokaltrakt klingt beim Blasen bzw. Ziehen ein normaler Blaston bzw. Ziehton mit einer Spielfrequenz knapp unterhalb der Eigenfrequenz der Blas- bzw. Ziehzungge, wobei hauptsächlich diese Zunge schwingt. Mit entsprechender Vokaltraktgeometrie lassen sich Bends und Overbends spielen. Im Folgenden wird exemplarisch Kanal #4 einer C-Harp betrachtet. In diesem Kanal liegt der normale Ziehton einen Ganzton über dem normalen Blaston. Mit geeigneter Vokaltraktgeometrie ist es auf diesem Kanal möglich, den Ziehton kontinuierlich nach unten zu „biegen“ bis knapp oberhalb der Tonhöhe des normalen Blastons (Drawbends). Auf ähnliche Weise kann man Blastöne spielen, die einen knappen Halbton über dem normalen Ziehton liegen und die man nach oben benden kann (Overblows). Der normale Blaston lässt sich nur ansatzweise nach unten benden. Es ist nicht möglich, Blowbends laut und mit gutem Ton zu spielen.

1979 greift N. H. Fletcher [1] eine lange Tradition auf und erklärt selbsterregte Schwingungen von Blasinstrumenten durch eine Wechselwirkung zwischen einem Generator (das als Steuerventil wirkende schwingende Blatt im Mundstück) und einem Resonator (die Luft im Instrumentenkörper). Für die Generatoradmittanz wird eine allgemeine Formel hergeleitet und diskutiert. 1987 baut R. B. Johnston [2] auf diese Arbeit auf, indem er eine Formel für die Admittanz des Gesamtsystems aus Blas- und Ziehzungge im Kanal einer Bluesharp angibt und für einen Satz von Parametern graphisch darstellt. Dabei werden (vergleichsweise „große“) mittlere Blas- und Ziehdrucke ad hoc angegeben. Die Admittanz des Resonators erscheint dabei nicht. Es wird nur davon ausgegangen, dass ihr Realteil aufgrund von Energieverlusten im Resonator positiv ist. Durch Vergleich mit dem Realteil der Zungenadmittanz postuliert Johnston Intervalle für mögliche Spielfrequenzen, so wie sie in der Spielpraxis tatsächlich auch beobachtet werden.

In der Zwischenzeit wurde das oben angesprochene Modell für selbsterregte Schwingungen in verschiedene Richtungen erweitert und gleichzeitig präzisiert. In diesem Paper soll eine stringente lineare Stabilitätsanalyse durchgeführt werden, bei der ein mittlerer Spieldruck zusammen mit der zugehörigen Spielfrequenz als Lösungspaar einer komplexen Gleichung erscheinen, in welcher die Admittanzen von Generator und Resonator in Beziehung zueinander gesetzt werden [3][4]. Die Resonatoradmittanz wird einem toy model entnommen, das auf Impedanzmessungen beim Spiel auf dem Saxophon aufbaut.

Ziel des Papers ist es, eine vergleichsweise komplexe Situation aus der Spielpraxis zu behandeln: Spielt man einen Overblow (beispielsweise auf Kanal #4 einer C-Harp) und wechselt man dann möglichst schnell (ohne dass sich dabei die Geometrie des Vokaltrakts ändert) von Blasen zu Ziehen, so klingt anschließend ein vergleichsweise tiefer Drawbend. Wird das Modell in der Lage sein, ausgehend von ein- und derselben Resonatorfrequenz selbsterregte Schwingungen zu erklären mit Frequenzen, die einen Ganzton auseinander liegen?

Der Luftstrom durch die Bluesharp

Der Luftstrom von einer fiktiven Grenze zwischen Instrument und Vokaltrakt durch das Instrument in die Umgebung (für Blastöne) oder umgekehrt (für Ziehtöne) wird durch einen 1-dimensionalen Volumenstrom Q modelliert. Die Zungen lassen sich als 1-Punkt-Oszillatoren darstellen, wobei für die Parameter effektive Größen zu verwenden sind [5]. Auf dem Weg durch den Zwischenraum zwischen Zungen und Stimmlatten soll eine stationäre Bernoulli-Gleichung gelten. In [1][2] wird im Gegensatz dazu eine instationäre Gleichung verwendet, was die Formeln aus heutiger Sicht unnötig verkompliziert. Umgekehrt ist es in der Zwischenzeit üblich, den von den bewegten Zungen erzeugten Volumenstrom zu berücksichtigen. Von der Grenze zwischen Vokaltrakt und Instrument bis hin zu den auf die Innenseite zeigenden Oberflächen der Zungen soll ein homogener Druck herrschen. Druckschwankungen im Außenraum (der abgestrahlte Schall) werden vernachlässigt, so dass der Druck an der Grenze zum Vokaltrakt zugleich als Druckdifferenz auf die Zungen einwirkt.

Der Volumenstrom Q_j an Zunge j (mit $j=1$ für die Blaszungge und $j=2$ für die Ziehzungge) ist näherungsweise gleich:

$$Q_j(h_j, v_j, \dot{h}_j) = (-1)^j W h_j v_j + S \dot{h}_j \quad (1)$$

Die Auslenkung h_j des 1-Punkt-Oszillators (siehe Abb. 1 und 2, die Indizes sind in den Abbildungen weggelassen) modelliert die Auslenkung der Zungenspitze. $W h_j$ steht für die durchströmte Fläche, wobei sowohl diese Fläche als auch die „Breite“ W (width) effektive Größen sind (was den Faktor 2 in Tabelle 1 erklärt). Der Faktor $(-1)^j$ kompensiert das Minuszeichen von h_j für die Blaszungge (siehe Abb. 1 und 2). Mit der effektiven Zungenoberfläche S ist $S \dot{h}_j$ ein Maß für den von der Zungenbewegung verursachten Volumenstrom. Die Koordinatenachse für den Volumenstrom soll vom Vokaltrakt aus in den Kanal zeigen, weil im Folgenden eine Eingangsadmittanz berechnet wird.

Der gesamte Volumenstrom Q ist die Summe der beiden Volumenströme Q_j .

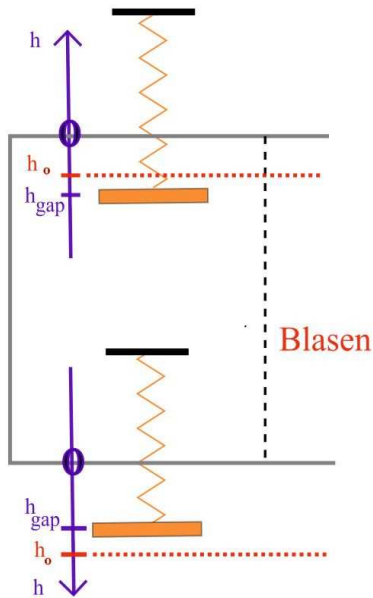


Abbildung 1: 1-Punkt-Oszillatoren zur Modellierung der Zungen: Blaston. Oben: Blaszunge. Unten: Ziehzungge. Die Auslenkung h entspricht der Auslenkung der Zungenspitze relativ zur Stimplatte, h_{gap} ist die Auslenkung in Ruhe (gap = Lösabstand), h_0 ist die mittlere Auslenkung.

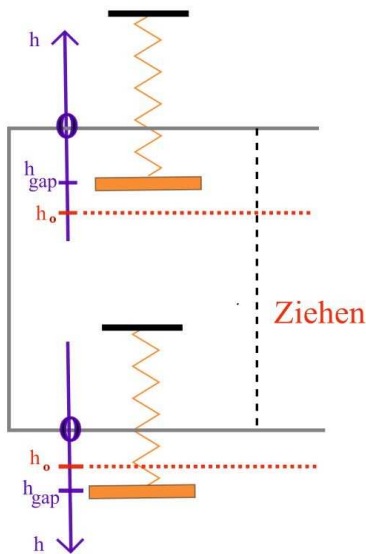


Abbildung 2: 1-Punkt-Oszillatoren zur Modellierung der Zungen: Ziehungen. Zungen und Bedeutung von h , h_{gap} und h_0 wie in Abb. 1.

Im Weiteren wird davon ausgegangen, dass an der Grenze zwischen Vokaltrakt und Instrument „kleine“ sinusförmige Druckschwankungen mit (Kreis)Frequenz ω um einen Mittelwert egeben sind. Eine lineare Approximation der Bernoulli-Gleichung sowie eine anschließende lineare Approximation von (1) liefern eine entsprechende Näherung für die Volumenströme Q_j und damit auch für deren Summe Q . Der Quotient $\Delta Q / \Delta p$ aus der Schwankung ΔQ

des Volumenstroms und der Druckschwankung Δp ist die differentielle Admittanz $Y_h(p_0, \omega)$ des von beiden Zungen im Kanal gebildeten Systems. In komplexer Schreibweise erhält man:

$$\operatorname{Re} Y_h = \sum_{j=1,2} A(-1)^j \left(\pm \frac{S}{m_j} \cdot \frac{\omega_{j0}^2 - \omega^2}{D} + \frac{h_{j,gap} + S p_0 / \omega_{j0}^2 m_j}{2|p_0|} \right) + \frac{S^2}{m_j} \omega^2 \cdot \frac{\omega_{j0} q_j}{D} \quad (2)$$

$$\operatorname{Im} Y_h = \sum_{j=1,2} \pm A(-1)^{j+1} \frac{S}{m_j} \cdot \left(\frac{\omega_{j0} \omega q_j}{D} + S \omega \frac{\omega_{j0}^2 - \omega^2}{D} \right) \quad (3)$$

Dabei wurde die Abkürzung $A = W \sqrt{2|p_0| / \rho}$ verwendet sowie:

$$D = (\omega_{j0}^2 - \omega^2)^2 + (\omega_{j0} \omega q_j)^2 \quad (4)$$

Während der Index j zwischen Blas- und Ziehzungge unterscheidet, steht das Pluszeichen in \pm für Blastöne, das Minuszeichen für Ziehtöne. Für die Zunge j bezeichnet $h_{j,gap}$ den Lösabstand, m_j die effektive Masse, ω_{j0} die Eigen(kreis)frequenz und q_j die Dämpfungskonstante. Eigene Messungen [9] ergeben die in Tabelle 1 aufgeführten Werte für Kanal #4 einer C-Harp:

Tabelle 1: Parameter für das Zungensystem

	Blaszunge	Ziehzungge
S	$1,1 \cdot 10^{-5} m^2$	$1,1 \cdot 10^{-5} m^2$
ω_{j0}	$3300 s^{-1}$	$3700 s^{-1}$
q_j	0,004	0,004
W	$2 \cdot 0,002 m$	$2 \cdot 0,002 m$
$h_{j,gap}$	$-0,2 \cdot 10^{-3} m$	$0,2 \cdot 10^{-3} m$
m	$3,9 \cdot 10^{-6} kg$	$3,1 \cdot 10^{-6} kg$

Admittanz des Resonators

Eine entscheidende Rolle beim Spielen von Bends und Overbends spielt eine Verengung zwischen Zunge und Gaumen, so wie es der Fall ist beim Pfeifen oder beim Sprechen der Vokale [i], [y] oder [u]. Ein naheliegender Kandidat für den Resonator ist damit der Vokaltrakt. Zwar gibt es in der Zwischenzeit MRT-Aufnahmen des Vokaltrakts beim Bending [6], Messungen oder Berechnungen der Admittanz des Vokaltrakts existieren meines Wissens aber nicht.

Dagegen existieren Messungen der Vokaltraktadmittanz für das Benden und das Altissimospiel auf Klarinette und Tenorsaxophon [7]. Nach meinem subjektiven Eindruck führen beim Benden auf Saxophon und Bluesharp ähnliche

Vokaltraktgeometrien zum Ziel. Daraus entstand die Idee, für ein „toy model“ des Vokaltrakts die in [7] gemessenen Impedanzkurven für eine Bendnote und für eine Note im Altissimobereich durch einen 1-Moden-Resonator zu fitten. Die Kurven wurden jeweils zu einer Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 3500s^{-1}$ verschoben. Für die in Tabelle 2 angegebenen Werte wurde die maximale Impedanz Z_{max} aus [6] übernommen, der Qualitätsfaktor q durch Fitten eines weiteren Impedanzwertes bestimmt und schließlich der Modalfaktor $F = q\omega_0 Z_{max}$ berechnet.

Die Admittanz $Y_{res}(\omega)$ eines 1-Moden-Resonators in komplexer Schreibweise lautet dann mit ω als Spielfrequenz:

$$Y_{res} = \frac{q\omega_0}{F} + i \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega F} \quad (5)$$

Tabelle 2: Parameter für den Resonator

	Bending	Altissimo
Z_{max}	$1,7 \cdot 10^7 Pa \cdot s / m^3$	$3,4 \cdot 10^7 Pa \cdot s / m^3$
q	0,32	0,10
F	$1,9 \cdot 10^{10} Pa / m^3$	$1,2 \cdot 10^{10} Pa / m^3$

Graphische Stabilitätsanalyse

Lineare Stabilitätsanalyse im Sinn von [3][4] beruht auf der Idee, dass an der fiktiven Grenze zwischen Instrument und Vokaltrakt Volumenstrom und Druck stetig sind. Folglich sind die differentielle Eingangsadmittanz des Zungensystems und die Eingangsadmittanz des Vokaltrakts entgegengesetzt gleich:

$$-Y_h = Y_{res} \quad (6)$$

Lösungen der Gleichung (6) sind von der Form (p_0, ω) , wobei p_0 ein mittlerer Blas- bzw. Ziehdruck ist, für den selbsterregte Schwingungen mit Spielfrequenz ω möglich sind.

Lösungsstrategie in Abb. 3 und 4 ist, $-Y_h$ als vom Parameter p_0 abhängige Funktionenschar aufzufassen und dann (7) zu lösen:

$$(-Y_h(p_0))(\omega) = Y_{res}(\omega) \quad (7)$$

Dazu wurden die entsprechenden Real- bzw. Imaginärteile aus (2), (3) und (4) geplottet unter Verwendung der Werte aus den Tabellen 1 und 2. Die Gleichungen (7) und (6) sind gelöst, wenn sich die Kurven der beiden Real- und der beiden Imaginärteile für einen Parameter p_0 an derselben Stelle ω schneiden.

Abb. 3 zeigt die Auswertung für einen Drawbend auf Kanal #4 einer C-Harp mit den Werten aus Tabelle 2 für einen Bend am Saxophon. Variieren von p_0 (geplottet sind beispielhaft Kurven für die Parameterwerte $-30Pa$, $-67Pa$ und $-100Pa$) ändert den Imaginärteil von $-Y_h$ praktisch

nicht, so dass man damit ohne großen Aufwand die Lösung (p_0, ω) des Gleichungssystems findet. Selbsterregte Schwingungen sind möglich für einen mittleren Ziehdruck von $p_0 = -67Pa$ und eine Spielfrequenz von $\omega = 3485s^{-1}$ die knapp unterhalb der Resonanzfrequenz $\omega = 3500s^{-1}$ des Vokaltrakts liegt.

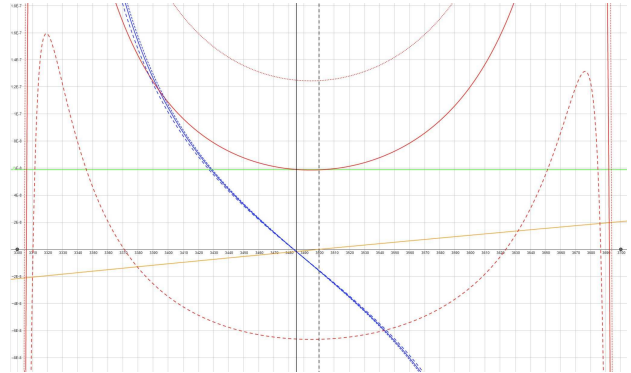


Abbildung 3: Drawbend auf Kanal #4 einer C-Harp. Waagrecht: (Kreis-)Frequenzen in s^{-1} . Markiert sind die Frequenzen $3300s^{-1}$ für die Blaszunge und $3700s^{-1}$ für die Ziehzung. Die durchgezogene senkrechte Linie zeigt die mögliche Spielfrequenz $\omega = 3485s^{-1}$ an, die gestrichelte Linie die Resonatorfrequenz $\omega_0 = 3500s^{-1}$. Senkrecht: Admittanzen in $m^3 / Pa \cdot s$. Rot bzw. grün: Realteil von $-Y_h$ bzw. von Y_{res} . Blau bzw. gelb: Imaginärteil von $-Y_h$ bzw. von Y_{res} . Durchgezogene Kurven: Selbsterregte Schwingungen sind möglich für $p_0 = -67Pa$. Keine Lösungen des Gleichungssystems „rot = grün“ und „blau = gelb“ gibt es für $p_0 = -100Pa$ (gepunktete Kurven) oder für $p_0 = -30Pa$ (gestrichelt). Parameter für das Zungensystem wie in Tabelle 1, Parameter für den Resonator wie beim Bending auf dem Saxophon in Tabelle 2.

Ein Übereinstimmen der Phasenwinkel von $-Y_h$ und von Y_{res} (wie in [2] gefordert) ist im Rahmen einer linearen Stabilitätsanalyse kein geeignetes Kriterium. In obigem Beispiel wären diese Phasenwinkel für $p_0 = -100Pa$ und $\omega = 3487s^{-1}$ gleich, mit Blick auf Abb. 3 aber nicht die Realteile und folglich nicht die komplexen Admittanzen.

Wie in der Einleitung erwähnt kann man durch schnelles Wechseln der Atemrichtung bei fixiertem Vokaltrakt zwischen Drawbend und Overblow wechseln. Dabei klingt der Overblow einen knappen Halbton über dem normalen Ziehton. Mit den Werten aus Tabelle 2 für einen Bend am Saxophon wäre die Lösung von $-Y_h = Y_{res}$ für einen Blaston das Paar $(1200Pa, 4180s^{-1})$. Der Ton würde mehr als zwei Halbtöne über dem normalen Ziehton klingen, der Anblasdruck wäre zudem unrealistisch hoch. Tatsächlich stellen Overblows hohe Anforderungen an die Geometrie des Vokaltrakts. Daher wurden in Abb. 4 die Werte aus Tabelle 2 für ein Spiel auf dem Saxophon im Altissimobereich eingesetzt. Dabei verändern sich die Werte

für den Drawbend im Vergleich zu Abb. 3 kaum. Der Overblow ($390Pa, 4046s^{-1}$) dagegen klingt jetzt nur noch eineinhalb Halbtöne über dem Ziehton, und auch der Anblasdruck ist wesentlich realistischer.

Wie in Abb. 4 durch die gepunktete senkrechte Linie angedeutet, ist bei annähernd gleichem Anblasdruck neben dem Overblow auch ein Blowbend möglich. In der Praxis sind leise Blowbends tatsächlich möglich, oft klingen sie zusammen mit einem Overblow. Laut und mit gutem Ton spielen lassen sich allerdings nur Overblows. Dies könnte ein Beispiel dafür sein, dass eine lineare Stabilitätsanalyse zwar Instabilitäten vorhersagen kann, nicht aber das möglicherweise daraus resultierende nichtlineare stabile Schwingungsverhalten

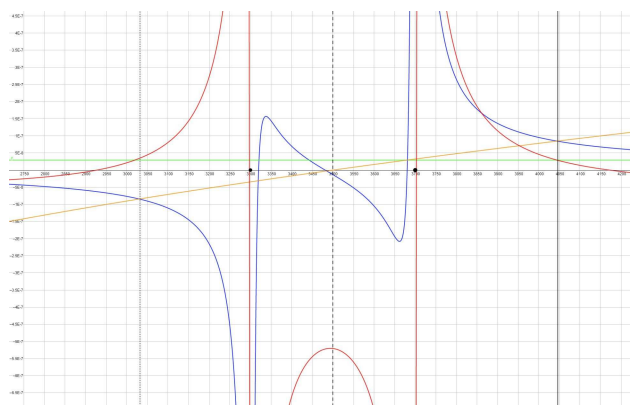


Abbildung 4: Overblow und Blowbend auf Kanal #4 einer C-Harp. Achsen und Farben sowie Parameter für das Zungensystem wie in Abb. 3, Parameter für den Resonator wie beim Altissimo-Spiel auf dem Saxophon in Tabelle 2. Für $p_0 = 390Pa$ klingt ein Overblow mit $\omega = 4046s^{-1}$. Mit $p_0 = 355Pa$ wäre ein Blowbend mit $\omega = 3032s^{-1}$ denkbar.

Rückblick und Ausblick

Der Realteil der Resonatoradmittanz (5) ist positiv, was mit den Energieverlusten im Resonator korreliert. Daher sind selbsterregte Schwingungen nur möglich, wenn der Realteil der Zungenadmittanz negativ ist. Damit bestätigen Plots wie Abb. 3 und 4 die bereits von Johnston [2] beschriebene Einschränkung möglicher Spielfrequenzen, die offenbar robust ist, was einzelne Modellannahmen oder die verwendeten Parameter angeht.

In diesem Paper ging es im Gegensatz zu [2] vor allem um quantitative Aussagen. Für einen „typischen“ Kanal einer Bluesharp wurden mögliche Spielfrequenzen zusammen mit den dafür erforderlichen Blas- oder Ziehdrücken im Rahmen und im Gültigkeitsbereich einer linearen Stabilitätsanalyse angegeben.

Dabei war es möglich, das abwechselnde Spielen von Drawbends und Overblows bei gleicher Vokaltraktgeometrie im Modell darzustellen. Es zeigt sich, dass der Drawbend praktisch mit der Resonanzfrequenz des Vokaltrakts klingt, während der Overblow etwa einen Ganzton darüber liegt. Dies mag erklären, weshalb das Spielen eines Overblows subjektiv schwerer fällt. Wenn das Gehirn daran gewohnt ist,

eine bestimmte Vokaltraktgeometrie mit einer bestimmten Tonhöhe eines Drawbends zu verbinden, passen beim Spielen des entsprechenden Blowbends vorgestellte und tatsächliche Tonhöhe nicht mehr zusammen.

Nicht vergessen darf man bei all dem natürlich, dass dabei Messungen am Vokaltrakt von Saxophonspielern verwendet wurden. Und natürlich wäre es erstrebenswert, die Admittanz des Vokaltrakts beim Spielen auf der Bluesharp zu kennen.

Abschließend bleibt allerdings die Frage, ob eine lineare Stabilitätsanalyse im Frequenzbereich überhaupt das Zustandekommen selbsterregter Schwingungen bei der Bluesharp erklären kann. Im vorgestellten Modell wird stillschweigend davon ausgegangen, dass Blas- und Ziehzunge von Anfang an mit gemeinsamer Frequenz schwingen. Messungen [9] zeigen dagegen zunächst sehr unregelmäßige Bewegungen, die nach einem raschen exponentiellen Anstieg von sinusartigen Schwingungen in einen Sättigungsbereich übergehen. Dabei „einigen“ sich die beiden Zungen sehr rasch auf eine gemeinsame Pseudofrequenz bzw. Frequenz, aber eine gemeinsame Frequenz ist nicht a priori gegeben. Diese Beobachtungen motivieren als Alternative Betrachtungen im Zeitbereich.

L. Millot [5][10] beschäftigt sich mit der Modellierung und der numerischen Simulation von Instrumenten mit durchschwingenden Zungen (free reeds) im Zeitbereich. Ein alternativer Zugang mit Betonung darauf, wie es zu kollektivem Verhalten des Gesamtsystems kommt, könnte ein Ansatz sein ähnlich der Impuls Pattern Formulation IPF [11] sein.

Literatur

- [1] Fletcher, N. H.: Excitation mechanisms in woodwind and brass instruments. Acta Acustica united with Acustica 43.1 (1979), 63-72
- [2] Johnston, R. B.: Pitch control in harmonica playing. Acoustics Australia, 15(3) (1987), 69-75
- [3] Rienstra, S. W., Hirschberg, A.: An introduction to acoustics. Technische Universiteit Eindhoven (2004)
- [4] Chaigne, A., Kergomard, J.: Acoustics of musical instruments. Springer New York (2016)
- [5] Millot, L.: Etude des instabilités des valves : application à l'harmonica diatonique. Diss. Paris 6 (1999)
- [6] Egbert, P., Shin, K., Barrett, D., Rossing, T., Holbrook, A.: Real-time magnetic resonance imaging of the upper airways during harmonica pitch bends. Proc. of Meetings on Acoustics ICA2013, Vol. 19, No. 1 (2013)
- [7] Chen, J., Smith, J., Wolfe, J.: How players use their vocal tracts in advanced clarinet and saxophone performance. Proc. Int. Symp. Music Acoustics (2010)
- [8] Free software Geogebra, URL: <http://www.geogebra.org/>
- [9] Förtsch, A.: URL: https://www.researchgate.net/profile/Alfred_Foertsch2

- [10] Millot, L., URL:
<https://www.researchgate.net/profile/Laurent-Millot-2>
- [11] Linke, S., Bader, R., Mores, R.: The Impulse Pattern Formulation (IPF) as a nonlinear model of musical instruments. Proc. of the international symposium on music acoustics 2019 (2019)